HOOFSTUK 5

Verbande tussen veranderlikes

In hierdie hoofstuk word gekyk na verskeie soorte verbande. Na aanleiding van die verskillende soorte metingskale (kyk paragraaf 2.1), kry die volgende verbande tussen kombinasies van metingskale, aandag:

- Lineêre verbande tussen twee kontinue (interval/ratioskaal) veranderlikes;
- Lineêre verbande tussen een kontinue veranderlike en meer as een onafhanklike veranderlike wat kontinu, ordinaal of digotoom kan wees;
- Verband tussen 'n kontinue en 'n digotome veranderlike;
- Verband tussen twee digotome veranderlikes;
- Verband tussen twee nominale veranderlikes.

5.1 Effekgrootte van lineêre verbande tussen twee kontinue veranderlikes

Die Pearson-momentkorrelasiekoëffisiënt ρ_{xy} tussen die kontinue veranderlikes x en y wat van populasie-elemente gemeet word, is 'n maatstaf van lineêre verband tussen x en y. Indeks ρ_{xy} is dimensieloos wat waardes tussen -1 en 1 aanneem, waar waardes 1 en -1 'n perfekte lineêre verband en omgekeerde lineêre verband tussen x en y aandui en waar $\rho_{xy} = 0$ beteken dat daar geen lineêre verband is nie. Omdat 'n effekgrootte-indeks nie van eenhede afhang nie, stel Cohen (1969, 1977, 1988) ρ_{xy} (afgekort met ρ) voor as 'n effekgrootte-indeks. Omdat $z_y = \rho\, z_x$, met z_x en z_y die standaardtellings van x en y, kan ρ beskou word as die hoeveelheid standaardafwyking-eenhede wat y toeneem as x een standaardafwyking-eenheid toeneem.

Voorbeeld 5.1 (Rothmann et.al, 2000a):

Soos in Voorbeeld B, Hoofstuk 3, is die MBTI ook op voorgraadse farmasiestudente by ‘n universiteit toegepas om persoonlikheidsvoorkeurtellings se verband met akademiese prestasie te bepaal. Tabel 5.1 gee die resultate weer, waaruit dit blyk dat die effekgroottes van lineêre verbande (ρ) veral by mans afneem na 2e en 3e jaar, maar dan sterk toeneem. Die verbande is meesal ver van perfek $(\rho = 1)$ en dui eerder op swak verbande $(\rho \textit{ naby } 0)$.

Tabel 5.1

Korrelasies tussen akademiese prestasie en E/I – voorkeurtelling

	Akademiese jaar			
	1	2	3	4
ρ (mans)	0,23	0,13	-0,05	0,47
ρ (dames)	0,24	0,15	0,20	0,34

□

Wanneer ewekansige steekproewe uit populasies getrek word, kan ρ beraam word deur die steekproef-korrelasiekoëffisiënt r. Hierdie beraming is egter sydig vir ρ met benaderde sydigheid $-\frac{1}{2}\rho\left(1-\rho^2\right)/n$ wat altyd tussen -0,2/n en 0,2/n lê (kyk Steyn, 2002). Dit beteken dat vir groot steekproewe is r ‘n onsydige beramer, maar vir n klein, onderberaam r vir ρ positief en oorberaam r vir ρ negatief. Grissom & Kim (2005: 72) gee die benaderde onsydige beramer vir ρ as:

$$\hat{r} = r + \frac{r(1-r^2)}{2(n-3)}. \qquad (5.1)$$

Voorbeeld 5.2 (Steyn, 2002)**:**

Die interkorrelasies tussen 6 aanlegtellings van ‘n ewekansige steekproef van 112 persone word in table 5.2 gegee.

Met die uitsondering van die korrelasie van 0,184 tussen doolhowe en leesbegrip, was al die korrelasies statisties betekenisvol op ‘n 5%-peil. Dit beteken slegs dat die korrelasies as nie-nul beskou kan word. Die beraamde effekgroottes r is gemiddelde nie meer as 0,2/112 = 0,0018 kleiner as die populasie-effekgroottes ρ nie, dus redelik akkuraat as beramings. Volgens (5.1) is ‘n benaderde onsydige beraming van die korrelasie tussen Nie-verbale intelligensie en Prentvoltooiing:

$$\hat{r} = 0,466 + \frac{0,466(1-0,466^2)}{2(112-3)} = 0,466 + 0,0017 = 0,467.$$

Tabel 5.2

Korrelasiekoëffisiënte van aanlegtellings

Vermoë	**1**	**2**	**3**	**5**	**6**
1. Nie-verbale intelligensie					
2. Prentvoltooiing	0,466**				
3. Blokontwerp	0,552**	0,572**			
4. Doolhowe	0,340*	0,193	0,445**		
5. Leesbegrip	0,576**	0,263*	0,354*	0,184	
6. Woordeskat	0,510**	0,239*	0,356*	0,219*	0,794**

* Medium effek. ** Groot effek

□

5.1.1 Riglynwaardes vir korrelasie effekgrootte-indeks

Gebruik ons die korrelasies as effekgroottes, ontstaan die vraag hoe groot moet dit wees om op ‘n belangrike verband te dui. Cohen (1969, 1977, 1988). Stel die volgende riglynwaardes voor:

- Klein effek: $|\rho| = 0{,}1$
- Medium effek: $|\rho| = 0{,}3$
- Groot effek: $|\rho| = 0{,}5$.

Hy motiveer dit kortliks as volg:

(a) Klein effek: $|\rho| = 0{,}1$ is ‘n klein korrelasie en beteken dat slegs 1% (d.i. $100 \times \rho^2 = 100 \times 0{,}1^2$) van x se variansie deur y verklaar word.

(b) Medium effek: $|\rho| = 0{,}3$ is ‘n korrelasie wat tipies in gedragswetenskappe is (kyk bv. Voorbeeld 5.1). Sulke verbande is waarneembaar met die blote oog. By psigometriese toetse se bepaling van geldigheid met ‘n kriterium, word verwag om korrelasies tussen 0 en 0,6 te vind, met die meeste laer as 0,3 (aldus ‘n aanhaling van Guilford).

(c) Groot effek: $|\rho| = 0{,}5$ beteken dat x 25% van y se variansie verklaar, sodat x en y duidelik lineêr verwant is. Volgens ‘n aanhaling deur Ghiselli is 0,5 prakties die bogrens vir korrelasies wat verkry word by geldigheidsbepalings, wat nie veel van Guilford se 0,6 hierbo verskil nie. Terwyl korrelasies tussen IK of ander soortgelyke toetse met skoolprestasie rondom 0,5 varieer, is korrelasies tussen persoonlikheidsmaatstawwe en vergelykbare kriteria eerder omtrent 0,3, wat dui op medium effek.

Feinstein (1999: 2569) gee bv. ‘n ander riglyn as Cohen. Sy redenasie is as volg: In ‘n gewone regressie konteks met kriterium y en voorspeller x, sal baie data-analiste (o.a. Fleiss, 1981: 60 en Burnand et.al., 1990) saamstem dat x nie y effektief verklaar nie, behalwe as die persentasie wat toegeskryf kan word aan x, 10% oorskry. Dit beteken dus dat $\mathrm{r}^2 \geq 0{,}1$ of dat omtrent geld dat $\mathrm{r} \geq 0{,}3$.

In paragraaf 5.3.1 sal ons hierdie effekgrootte-indeks in verband bring met die gestandaardiseerde verskil δ om nog ‘n verdere motivering vir die riglynwaardes daar te stel.

In tabel 5.2 is die medium- en groot effekte gemerk. Let op dat die riglyne nie rigied toegepas is nie, maar eerder ‘n “omgewing” aandui. Daarom is 0,466 as ‘n groot effek geneem, 0,239 en 0,354 as medium effekte, synde respektiewelik nader aan 0,5 of 0,3 te wees.

5.1.2 Vertrouensintervalle vir korrelasie-effekgroottes

Onder die aanname dat die x en y ‘n tweeveranderlike normaalverdeling besit met korrelasiekoëffisiënt ρ, geld benaderd dat

$$z(r) = \frac{1}{2}\ell n\left(\frac{1+r}{1-r}\right) \tag{5.2}$$

benaderd normaal verdeel is met gemiddeld $z(\rho)$ en variansie $1/(n-3)$, waar n die grootte van ‘n ewekansige steekproef is met r die steekproefkorrelasiekoëffisiënt (kyk Snedecor & Cochran, 1980: 186).

Die $100(1-\alpha)VI$ vir $z(\rho)$ het dus die grense

$$\begin{aligned} z(\rho_O) &= z(r) - z_{\alpha/2}/\sqrt{n-3} \\ z(\rho_B) &= z(r) + z_{\alpha/2}/\sqrt{n-3} \end{aligned} \tag{5.3}$$

Omdat uit (5.2) volg dat

$$r = \frac{e^{2z(r)}-1}{e^{2z(r)}+1} \quad , \tag{5.4}$$

geld dat die $100(1\text{-}\alpha)\%\ VI$ vir ρ:

$$\rho_O = \left(e^{2z(\rho_O)} - 1\right) / \left(e^{2z(\rho_O)} + 1\right)$$

en (5.5)

$$\rho_B = \left(e^{2z\left(\rho_B\right)} - 1\right) / \left(e^{2z\left(\rho_B\right)} + 1\right) .$$

Voorbeeld 5.3:

In Voorbeeld 5.2 word die 95% VI van die korrelasie tussen Nie-verbale intelligensie en Prentvoltooiing as volg bereken:

$$z(0{,}466) = \tfrac{1}{2}\ell n\left(\frac{1+0{,}466}{1-0{,}466}\right) = \tfrac{1}{2}\ell n(2{,}745) = 0{,}505$$

$$z(\rho_O) = 0{,}505 - 1{,}96/\sqrt{112-3} = 0{,}505 - 0{,}188 = 0{,}317$$

$$z(\rho_B) = 0{,}505 + 0{,}188 = 0{,}693$$

$$\rho_O = \left(e^{2\times 0{,}317} - 1\right)/\left(e^{2\times 0{,}317} + 1\right)$$

$$= (1{,}885 - 1)/(1{,}885 + 1) = 0{,}307.$$

$$\rho_B = \left(e^{2\times 0{,}693} - 1\right)/\left(e^{2\times 0{,}693} + 1\right) = (3{,}999 - 1)/(3{,}999 + 1) = 0{,}600$$

Dit beteken dus dat die populasie effekgrootte-indeks vir die lineêre verband tussen die betrokke aanlegtellings so klein soos 0,307 (medium effek), maar so groot soos 0,600 (groot effek) kan wees, met ‘n 95% waarskynlikheid.

Let op dat die VI nie simmetries rondom die beraamde waarde 0,466 is nie – anders as die $VI's$ van gestandaardiseerde verskille.

5.1.3 Teen-nul waarde by korrelasies

Omdat z(r) benaderd normaal verdeel is met gemiddelde z(ρ) en variansie 1/(n-3), is die teen-nulwaarde van z(r):

$$r_{teen-nul} = \frac{e^{2z_{teen-nul}} - 1}{e^{2z_{teen-nul}} + 1}.$$

Dus omdat die verdeling van r nie simmetries is en die variansie ‘n funksie van r is, gebruik ons die Fisher se z-transformasie, wat wel ‘n simmetries verdeling het met variansie onafhanklik van r . Die terugtransformasie van 2z(r) lewer dan die gevraagde teen-nul waarde van r.

Voorbeeld 5.3 (vervolg)

Met r = 0,466 en z(r) = 0,505 is die teen-nulwaarde van $z_{teen-nul} = 2\times 0,505 = 1,1$.

$$\mathrm{r}_{\text{teen-nul}} = \frac{\mathrm{e}^{2\times 1,1} - 1}{\mathrm{e}^{2\times 1,1} + 1} = \frac{9,03 - 1}{9,03 + 1} = 0,80.$$

Dit beteken dus dat vir r = 0,466 (p < 0,01) die korrelasie ρ netsowel so groot as 0,8 kon wees as 0 en dat die nul-teen-nul interval (0,0 ; 0,8) beskou kan word as ‘n 99% VI (d.i. $1-\alpha > 1 - 0,01 = 0,99$) vir ρ . □

5.1.4 Aanpassing van korrelasie vir betroubaarheid

Gestel die meting x word geskryf as $x = T + e_x$, waar T die ware *telling of meting* is en e_x is die fout. So kan soortgelyk vir y geskryf word $y = U + e_y$. Die *betroubaarheid* van x word gedefinieer as

$\rho_{xx} = \dfrac{Var(T)}{Var(x)}$, waaruit volg: $Var(T) = \rho_{xx} Var(x)$

en vir y as

$\rho_{yy} = \dfrac{Var(U)}{Var(y)}$, waaruit volg: $Var(U) = \rho_{yy} Var(y)$.

Dit beteken dat as die foute e_x en e_y klein is relatief tot T en U , ρ_{xx} en ρ_{yy} naby aan 1 sal wees en dat indien die foute baie groot is, die betroubaarheid se waarde naby nul sal wees. Vir steekproefmetings kan ρ_{xx} en ρ_{yy} beraam word met r_{xx} en r_{yy} (kyk Steyn, 2004) en indien ρ_{xx} die populasie-korrelasie en r_{xy} die steekproefkorrelasie is tussen x en y, geld volgens Hunter & Schmidt, (2004: 96), dat die korrelasie tussen die ware tellings T en U gegee word deur

$$\rho_{TU} = \frac{Kov(T,U)}{\sqrt{Var(T)}\sqrt{Var(U)}} = \frac{Kov(x,y)}{\sqrt{\rho_{xx}Var(x)}\sqrt{\rho_{yy}Var(y)}} = \frac{\rho_{xy}}{\sqrt{\rho_{xx}\rho_{yy}}} \qquad (5.6)$$

wat beraam word deur

$$r_{TU} = \frac{r_{xy}}{\sqrt{r_{xx}}\sqrt{r_{yy}}} \quad . \qquad (5.7)$$

Hierdie aanpassing heet die *attenuasie-korreksie*.

Opmerkings:

- Let op dat ρ_{TU} en r_{TU} groter is as ρ_{xy} en r_{xy} .
- Indien slegs y onderhewig is aan foute, word

$$\rho_{TU} = \frac{\rho_{xy}}{\sqrt{\rho_{yy}}} \quad \text{en} \quad r_{TU} = \frac{r_{xy}}{\sqrt{r_{yy}}} \qquad (5.8)$$

want dan is $r_{xx} = 1$ omdat $x = T$.

- Die standaardfout van ρ_{TU} en r_{TU} is groter as dié van ρ_{xy} en r_{xy} (Hunter & Schmidt, 2004: 96).
- As die betroubaarheid van 'n sekere item van 'n psigometriese toets bepaal wil word en die toets se betroubaarheid bekend is, kan die attenuasie-korreksie as volg gebruik word (Wanous en Hudy, 2001):

Neem S as die totaaltelling van items $X_1, X_2, ..., X_k$ met betroubaarheid ρ_{ss} en laat die korrelasie tussen X_i en S ρ_{iS} wees. Omdat X_i en S dieselfde onderliggende eienskap meet, kan die aanname gemaak word dat die korrelasie tussen X_i en S se ware tellings 1 is, sodat uit (5.6) volg:

$$1 = \frac{\rho_{iS}}{\sqrt{\rho_{ii}}\sqrt{\rho_{SS}}},$$

sodat die betroubaarheid van X_i:

$$\rho_{ii} = \frac{\rho_{iS}^2}{\rho_{SS}}, \tag{5.9}$$

met beramer:

$$r_{ii} = \frac{r_{iS}^2}{r_{SS}} \tag{5.10}$$

In die geval waar die korrelasie tussen die twee ware tellings van X_i en S kleiner as 1 geneem word, word ρ_{ii} groter. Waardes uit (5.9) en (5.10) kan dus as **ondergrense** geneem word vir ρ_{ii} en r_{ii}.

Voorbeeld 5.4:

In Voorbeeld A, Hoofstuk 3 is die interkorrelasies van die voortoetstellings van die BDI en POMS_A en POMS_D :

	POMS_A(x_2)	POMS_D(x_3)
BDI(x_1)	0,38	0,49
POMS_A(x_2)		0,73

Uit de Klerk et.al (2004) is dit bekend dat $r_{x_1x_1} = 0{,}84$, $r_{x_2x_2} = 0{,}82$ en $r_{x_3x_3} = 0{,}89$ die betroubaarhede is vir BDI, POMS_A en POMS_D respektiewelik. Dus is die korrelasies tussen ware tellings:

Vir BDI vs POMS_A : $r_{TU} = \frac{0{,}38}{\sqrt{0{,}84}\sqrt{0{,}82}} = 0{,}45$

BDI vs POMS_D : $r_{TU} = \frac{0{,}49}{\sqrt{0{,}84}\sqrt{0{,}89}} = 0{,}57$

POMS_A vs. POMS_D : $r_{TU} = \frac{0,73}{\sqrt{0,82}\sqrt{0,89}} = 1,17$

Omdat ‘n korrelasie nie groter as 1 kan wees nie, neem ons $r_{TU} = 1$ in die laaste geval. □

5.2 Effekgroottes van lineêre verbande tussen ‘n kontinue kriteriumveranderlike en meer as een voorspeller veranderlike

By meervoudige lineêre regressie word die lineêre verband tussen ‘n kriterium y en voorspellers $x_1, x_2, ..., x_u$ bepaal deur die meervoudige korrelasiekoëffisiënt $R_{y.A}$, waar A die versameling van voorspellerveranderlikes is. Die kwadraat van $R_{y.A}$, nl. $R^2_{y.A}$, die bepaaldheidskoëffisiënt, gee die *proporsie variansie van* $\mathbf{y}$ *wat verklaar word deur die meervoudige regressie-verband*

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_u x_u$$, d.i.

$$R^2_{y.A} = \sum (y - \hat{y})^2 / \sum (y - \bar{y})^2 ,$$

waar $\bar{y}$ die gemiddelde van y is. Hierdie proporsie variansie kan nou dien as ‘n effekgrootte-indeks.

Gewoonlik word $R^2_{y.A}$ gedefinieer t.o.v. ewekansige steekproewe se waardes y en x_1, …, x_k. Vir die populasie-geval dui ons dit aan deur $\rho^2_{y.A}$.

5.2.1 Semiparsiële R^2 as effekgrootte-indeks

‘n Verdere proporsie variansie as effekgrootte-indeks, wat by meervoudige lineêre regressie belangrik is, is die proporsie van y se variansie wat deur versameling voorspellers B, bo en behalwe deur ‘n ander versameling A, verklaar word. Cohen (1969, 1977, 1988) definieer dit as

$$R^2_{y.A,B} - R^2_{y.A} , \qquad (5.11)$$

wat bekend staan as die *kwadraat van die semi-parsiële meervoudige korrelasie* (kyk ook Smithson, 2001). Dit kan geïnterpreteer word as die *bydrae* wat voorspellers in B tot R^2 van 'n regressie van al die voorspellers van beide A en B, maak. Dit word semi-parsiële R^2 genoem omdat A se invloed op B uitgehaal word, maar nie op y nie. Die populasie-analoog vir semi-parsiële R^2 dui ons aan deur $\rho^2_{y.A,B} - \rho^2_{y.A}$.

5.2.2 Parsiële R^2 as effekgrootte-indeks

Indien A se invloed op B en y uitgehaal word, verkry ons

$$R^2_{yB.A} = \frac{R^2_{y.A,B} - R^2_{y.A}}{1 - R^2_{y.A}} \qquad (5.12)$$

die *parsiële* R^2 (Cohen, 1969, 1977, 1988).

Hier word die semi-parsiële R^2 as 'n proporsie van die gedeelte van die variansie van y wat nie deur A verklaar word nie (d.i. $1 - R^2_{y.A}$) gegee.

5.2.3 Die effekgrootte-indeks f^2

Cohen (1969, 1977, 1988) definieer die indeks $f^2 = PV_B / PV_F$, wat die verhouding is van $PV's$, die proporsie variansie van y verklaar deur een of ander bron B, tot die proporsie PV_F van fout- of residue-variansie. Dit kan ook beskou word as die sein-geraasverhouding in 'n meervoudige regressie-konteks. Wanneer slegs versameling A van voorspellers die bron is, volg

$$f^2 = R^2_{y.A} / \left(1 - R^2_{y.A}\right) \qquad (5.13)$$

Die proporsie variansie verklaar, nl. $R^2_{y.A}$, $R^2_{y.A,B} - R^2_{y.A}$ en $R^2_{yB.A}$ is almal maklik om te interpreteer, want dit lê tussen 0 en 1, hoe hoër die waarde, hoe beter word y se variansie of inligting verklaar deur die meervoudige regressie model en hoe minder verklaar deur ander veranderlikes wat nie ingesluit is in die model nie. Om hierdie redes, dien genoemde proporsie variansies as beter effekgrootte-indekse as f^2, en sal ons dus nie verder aan f^2 aandag gee nie.

5.2.4 Riglynwaardes vir proporsie variansie

Omdat $R^2_{y.A}$ 'n veralgemening is van $r^2_{x,y}$ en $\rho^2_{y.A}$ vir ρ^2_{xy} , is sinvolle riglynwaardes :

- Klein effek: $\rho^2_{y.A} = 0,01,$ sodat $|\rho_{y.A}| = 0,1,$ wat 'n klein effek was vir ρ_{xy}. Dit beteken dat slegs 1% van y se variansie deur die regressie op voorspellers A verklaar word.
- Medium effek: $\rho^2_{y.A} = 0,1,$ sodat $|\rho_{y.A}| = 0,317,$ wat omtrent as 'n medium effek beskou was vir ρ_{xy}. Hier word 10% van y se variansie verklaar. Feinstein (1999: 2569) gee dit as afsnypunt vir 'n “betekenisvolle” effek.
- Groot effek: $\rho^2_{y.A} = 0,25,$ sodat $|\rho_{y.A}| = 0,5,$ wat voorheen vir ρ_{xy} as groot beskou is.

Voorbeeld 5.5 (Smithson, 2001: 616):
Gestel die getal besoeke aan professionele gesondheidsdienste (y) word voorspel uit maatstawwe van geestes- en fisiese gesondheid $(x_1 \text{ en } x_2)$ sowel as stresvlak (x_3) deur middel van 'n meervoudige lineêre regressie. Laat $A = \{x_1\}$ en $B = \{x_2, x_3\}$ wees. 'n Steekproef van 465 persone is gebruik om 'n meervoudige lineêre regressiemodel te pas, en dit het die volgende opgelewer:

$$r^2_{yx_1} = R^2_{y.A} = \text{ 0,1261, terwyl } R^2_{y.A,B} = \text{ 0,3768.}$$

Die proporsie variansie van y deur x_1 verklaar, 0,1261 , dui op ‘n medium effek, terwyl x_1, x_2 en x_3 saam 0,3768 proporsie variansie verklaar wat as ‘n groot effek beskou kan word.

Die semiparsiële R^2 is

$$R^2_{y.A,B} - R^2_{y.A} = \text{ 0,3768 – 0,1261 = 0,2507,}$$

sodat die proporsie variansie wat x_2 en x_3 van y verklaar bo en behalwe dié van x_1, ‘n groot effek het.

Laastens is die parsiële R^2 van y met x_2 en x_3, as x_1 se invloed uitgehaal word:

$$R^2_{yB.A} = \text{ 0,2507/(1 – 0,1261) = 0,2869,}$$

wat ook op ‘n groot effek dui. □

5.2.5 Punt en intervalberaming van proporsie variansie (Smithson, 2001)

Indien $R^2_{y.A}$ gebruik word om $\rho^2_{y.A}$ te beraam, is dit positief sydig vir klein steekproewe. ‘n Onsydige beramer is die *aangepaste* R^2:

$$R_a^2 = R^2 - \left(1 - R^2\right)\left(\frac{u}{v}\right) \tag{5.14}$$

waar $R^2 = R^2_{y.A}$ en u die getal voorspellers in A is en $v = n - u - 1$. Die toetsstatistiek om die nulhipotese $H_0 : \rho^2_{y.A} = 0$, is die F-statistiek

$$F\left(u,v\right) = \frac{R^2_{y.A}/u}{\left(1 - R^2_{y.A}\right)/v} \quad , \tag{5.15}$$

en indien H_0 nie noodwendig waar is nie, en die populasieverdeling van y, gegee die voorspellers in A, normaal is, geld dat $F(u,v)$ ‘n nie-sentrale F-verdeling besit met nie-sentraliteitsparameter

$$nsp = \left(\frac{\rho^2_{y.A}}{1-\rho^2_{y.A}} \right)(u+v+1) \quad . \tag{5.16}$$

Soortgelyk aan die metode in paragraaf 4.1.2, kan ‘n presiese $100(1-\alpha)$ VI vir nsp bepaal word deur van ‘n rekenaarprogram gebruik te maak, waarvan die inset $u, v, F(u,v)$ in (5.15) en α is. Hieruit kan m.b.v. (5.16) ‘n VI vir $\rho^2_{y.A}$ bepaal word met grense $\rho^2_{y.A}(O)$ en $\rho^2_{y.A}(B)$.

Hierdie SAS-program **(VI_R2)** kan afgelaai word van die handleiding se webblad.

Voorbeeld 5.6:

Die onsydige beraming vir $\rho^2_{y.A,B}$ in Voorbeeld 5.5 is:

$$R_a^2 = 0,3768 - (1 - 0,3768)\frac{3}{465-3-1}$$

$$= 0,3768 - 0,0041$$

$= 0,3727,$ terwyl die 95% VI vir $\rho^2_{y.A,B}$, (0,308; 0,434) is en waar die inset $u = 3,\ v = 461,\ F(3,461) = \dfrac{0,3768/3}{0,6232/461} = 92,9$ en $\alpha = 0,05$ was.

Omdat die steekproef groot was, was R_a^2 se waarde prakties dieselfde as $R^2_{y.A}$. Verder het hierdie proporsie variansie ‘n groot effek want selfs die ondergrens van die VI lê gerieflik bokant 0,25. □

5.2.6 Vertrouensintervalle vir parsiële ρ^2

Uit Smithson (2001) en Cohen (1969, 1977, 1988) volg dat as versamelings A en B respektiewelik uit w en u voorspellers bestaan, dan is die F-statistiek vir die parsiële R^2:

$$F(u,v) = \frac{R^2_{yB.A} / u}{\left(1 - R^2_{yB.A}\right)/v}, \qquad (5.17)$$

met $v = n - w - u - 1$.

$F(u,v)$ volg onder die normaliteitsaanname 'n nie-sentrale F-verdeling met nie-sentraliteitsparameter:

$$nsp = \frac{\rho^2_{y.B.A}}{1 - \rho^2_{yB.A}}\left(u + v + 1\right) . \qquad (5.18)$$

Omdat die vorm van beide $F(u,v)$ en nsp dieselfde is as in (5.15) en (5.16), kan op dieselfde wyse as die rekenaarprogram **VI_R2**, die SAS-program **VI_R2pars** gebruik word met as inset F, u, w en n.

Voorbeeld 5.7:

Uit Voorbeeld 5.5 se resultate volg dat $u = 2, w = 1,\ v = 465 - 1 - 2 - 1 = 461$ en

$$\mathrm{F}(2;461) = \frac{0,2869/2}{(1 - 0,2869)/461} = 92,74 .$$

Met hierdie insette het Smithson (2001) 'n 90% VI vir $\rho^2_{y.B.A}$ as (0,2298; 0,3376) verkry. Hierdie interval dui op 'n groot effek. □

5.3 Effekgroottes van die verband tussen ‘n kontinue en digotome veranderlike

Indien ‘n lineêre verband tussen ‘n kontinue veranderlike en ‘n digotome veranderlike bepaal word, kan die Pearson-produkmomentkorrelasiekoëffisiënt bereken word, wat hier ooreenkom met die *punt-biseriale korrelasie* , aangedui deur r_{pb}. Die populasie analoog dui ons as ρ_{pb} aan. Soos tevore in paragraaf 5.1, kan r_{pb} en ρ_{pb} as effekgrootte-indekse gebruik word. Soortgelyke riglynwaardes as by r_{xy} en ρ_{xy} is hier van toepassing. Cohen (1969, 1977, 1988) wys daarop dat indien x en y tweeveranderlik normaal verdeel is met korrelasie ρ_{xy} en x gedigotomiseer word deur die waardes in twee gelyke helftes te verdeel en te konsentreer op die mediaanwaardes van elke helfte, met punt-biseriale korrelasie ρ_{pb}, dan:

$$\rho_{xy} = 1{,}253\rho_{pb}. \tag{5.19}$$

Dit beteken dat ρ_{pb} omtrent 25% kleiner is as ρ_{xy} van dieselfde data wat gedigotomiseer is. Gevolglik sou Cohen se riglynwaardes van 0,1; 0,3 en 0,5 ooreenkomstig aangepas kon word.

5.3.1 Verband tussen ‘n kontinue veranderlike en lidmaatskap van twee groepe

Neem nou y as die meting op ‘n interval/ratioskaal (bv. IK, bloeddruk, ens.) en x as 2 waardes (bv. 1 of 2) afhangende van die groep waaraan die y-meting behoort. Dit geld dan dat in terme van δ in (4.2) (Cohen, 1969, 1977, 1988):

$$\rho_{pb} = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 1/(pq)}}, \tag{5.20}$$

waar *p* die proporsie elemente (bv. persone) uit die totaal van die twee populasies is wat tot die eerste populasie behoort, terwyl $q = 1 - p$, die oorblywende proporsie is.

In die geval waar die twee populasies gelyke getal elemente het, volg volgens (5.20) dat die punt-biseriale korrelasie:

$$\rho_{pb} = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4}},$$

waaruit volg dat

$$\frac{1}{2}\delta = \frac{\rho_{pb}}{\sqrt{1-\rho_{pb}^2}}. \qquad (5.21)$$

Die verband tussen die waarskynlikheid van misklassifikasie P_{MK} en ρ_{pb} volg uit (4.39) en (5.21):

$$P_{MK} = 1 - U_2 = P\left(Z > \frac{\rho_{pb}}{\sqrt{1-\rho_{pb}^2}} \right). \qquad (5.22)$$

Die proporsie misklassifikasie word dus in (4.39) as ‘n funksie van δ en in (5.22) as ‘n funksie van ρ_{pb} gegee.

Die formules (5.20) en (5.21) stel ons in staat om δ-waardes om te sit in ρ_{xy}-waardes en andersom.

Tabel 5.3 gee die waardes van δ in terme van ρ_{pb} en ρ_{xy} en riglynwaardes vir lg. as $p = q = \frac{1}{2}$ geneem word.

Tabel 5.3

Effekgrootte	δ	ρ_{pb}	ρ_{xy}	Riglynwaardes ρ_{xy}
Klein	0,2	0,100	0,125	0,1
Medium	0,5	0,243	0,304	0,3
Groot	0,8	0,371	0,465	0,5

Hieruit is dit duidelik dat die voorgestelde riglynwaardes vir ρ_{xy} in wese ooreenstem met die ooreenkomstige riglynwaardes van δ soos deur Cohen voorgestel (kyk paragraaf 4.5). Die motivering van Cohen in verband met sy keuses van "klein", "medium" en "groot" by paragraaf 4.5 dien as aanvulling tot die motivering in paragraaf 5.12 en andersom.

As beramer vir ρ_{pb} uit 'n ewekansige steekproef, gee Kline (2004a:115) die volgende:

$$\hat{\rho}_{pb} = \frac{\hat{\delta}}{\sqrt{\left(\hat{\delta}^2 + (n_1 + n_2 - 2) \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}\right)}} \quad (5.23)$$

met $\hat{\delta}$ die beramer van δ uit (4.3).

In terme van die t-waarde van die t-toets vir twee onafhanklike steekproewe word:

$$\hat{\rho}_{pb} = \frac{t}{\sqrt{t^2 + n_1 + n_2 - 2}} \quad (5.24)$$

Indien met groot steekproewe van omtrent dieselfde grootte en variansies gewerk word, geld benaderd dat P_{MK} die p-waarde van $\frac{\hat{\rho}_{pb}}{\sqrt{1-\hat{\rho}_{pb}^2}}$ is:

$$\hat{P}_{MK} = 1 - \hat{U}_2 = P\left(Z > \frac{1}{2}d\right) = P\left(Z > \frac{\hat{\rho}_{pb}}{\sqrt{1-\hat{\rho}_{pb}^2}}\right). \quad (5.25)$$

Ozer (1985) gee ook 'n ander benadering om P_{MK} te beraam by steekproewe wat ewe groot is:

Indien die afhanklike veranderlike gedigotomiseer word deur dit in twee gelyke helftes te verdeel, onder en bokant die median, kan die volgende 2 x 2 –frekwensietabel opgestel word:

	Onder Me	Bokant Me	
Populasie A	a	n-a	n
B	n-a	a	n
	n	n	2n

Die proporsie misklassifikasie van die gedigotomiseerde afhanklike veranderlike is:

$$P_{MK}^{1} = \frac{(n-a)+(n-a)}{2n} = \frac{n-a}{n} = 1-\frac{a}{n} \qquad (5.26)$$

Die phi-koëffisiënt vir die 2 x 2 –frekwensietabel (kyk (5.41)) is hier:

$$\varphi = \frac{a^2-(n-a)^2}{\sqrt{n.n.n.n}} = \frac{2na-n^2}{n^2} = \frac{2a}{n}-1, \qquad (5.27)$$

Omdat $\frac{1}{2}(1-\varphi) = \frac{1}{2}\left[1-\frac{2a}{n}+1\right] = 1-\frac{a}{n},$ geld dat

$$P_{MK} = \frac{1}{2}(1-\varphi). \qquad (5.28)$$

Deur te aanvaar dat $\varphi = \rho_{pb}$, volg dat P_{MK} ook bepaal kan word deur

$$P_{MK} = \frac{1}{2}(1-\rho_{pb}). \qquad (5.29)$$

en beraam word deur

$$\tilde{P}_{MK} = \frac{1}{2}(1-\hat{\rho}_{pb}) . \qquad (5.30)$$

‘n uittreksel uit Ozer (1985) se tabel 2 wys hoe goed hierdie benadering is:

δ	ρ_{pb}	P_{MK} (uit (5.22))	$\frac{1}{2}\left(1-\rho_{pb}\right)$
0	0	0,5	0,5
0,2	0,1	0,46	0,45
0,63	0,3	0,38	0,35
1,15	0,5	0,28	0,25
1,96	0,7	0,16	0,15
4,13	0,9	0,02	0,05
∞	1,0	0	0

Teen-nul waardes van punt-biseriale korrelasies (kyk Rosenthal et.al, 2000: 15): Vergelyking (5.23) gee $\hat{\delta}$ in terme van 'n punt-biseriale korrelasie $\hat{\rho}_{pb}$ as $n_1 = n_2$:

$$\hat{\rho}_{pb} = \frac{\hat{\delta}}{\sqrt{\hat{\delta}^2 + 4}}, \tag{5.31}$$

sodat die teen-nul waarde van $\hat{\rho}_{pb}$ naastenby:

$$\hat{\rho}_{pb,teen-nul} = \frac{2\hat{\delta}}{\sqrt{4\hat{\delta}^2 + 4}} = \frac{\hat{\delta}}{\sqrt{\hat{\delta}^2 + 1}}. \tag{5.32}$$

Uit (5.31) volg dat

$$\hat{\delta}^2 = \frac{4\hat{\rho}_{pb}^2}{1 - \hat{\rho}_{pb}^2}, \tag{5.33}$$

sodat met (5.32) in (5.33) volg:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{pb,teen-nul} &= \sqrt{\frac{4\hat{\rho}_{pb}^2}{1-\hat{\rho}_{pb}^2}} \Bigg/ \sqrt{\frac{4\hat{\rho}_{pb}^2}{1-\hat{\rho}_{pb}^2} + 1} \\ &= \frac{2\hat{\rho}_{pb}^2}{\sqrt{1 + 3\hat{\rho}_{pb}^2}}. \end{aligned} \tag{5.34}$$

Voorbeeld 7b: Vir $\hat{\rho}_{pb} = 0,4$ geld

$$\hat{\rho}_{pb,teen-nul} = \frac{2 \times 0,4}{\sqrt{1 + 3 \times 0,4^2}} = 0,66.$$

Dit beteken dat hierdie punt-biseriale korrelasie so groot soos 0,66 kan wees met dieselfde kans as om 0 te wees. □

5.3.2 Aanpassing vir betroubaarheid

Uit paragraaf 5.1.4 volg in (5.7) dat $\rho_{\rho b}$ en $\hat{\rho}_{\rho b}$ aangepas kan word vir die betroubaarheid van y (aangedui deur ρ_{yy} of r_{yy}) na:

$$\rho_b = \frac{\rho_{pb}}{\sqrt{\rho_{yy}}} \quad \text{en} \quad \hat{\rho}_b = \frac{\hat{\rho}_{pb}}{\sqrt{r_{yy}}} \quad . \tag{5.35}$$

Uit (5.21) en (5.23) volg dus dat δ en $\hat{\delta}$ aangepas kan word na (kyk Baugh, 2003 : 36-38)

$$\delta_b = \frac{\rho_b}{\sqrt{1-\rho_b^2}\sqrt{pq}} \tag{5.36}$$

en

$$\hat{\delta}_b = \frac{\hat{\rho}_b\sqrt{n_1 n_2}}{\sqrt{1-\hat{\rho}_b^2}\sqrt{(n_1+n_2-2)(n_1+n_2)}} \tag{5.37}$$

Voorbeeld 5.8:

Uit Voorbeeld B, Hoofstuk 3 as ons gelyke SA's vir studente en dosente op E/I metings aanvaar as $\sigma = 25$ en volgens Rothmann et.al. (2000b) wissel die betroubaarheid tussen $0{,}84$ en $0{,}86$, sodat

$$\delta = \frac{94{,}58-107{,}64}{25} = -0{,}522$$

en

$$\rho_{pb} = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 1/pq}} = \frac{-0{,}522}{\sqrt{0{,}522^2 + 1/(0{,}9\times 0{,}1)}} = -0{,}155$$

(waar $p = \frac{254}{282} = 0{,}9$ en $q = 1-0{,}9 = 0{,}1$). Neem $\rho_{yy} = 0{,}84$.

Nou is $$\rho_b = \frac{-0{,}155}{\sqrt{0{,}84}} = -0{,}169 .$$

$$\delta_b = \frac{-0{,}169}{\sqrt{1-0{,}169^2}\sqrt{0{,}9\times 0{,}1}} = -0{,}572$$

5.3.3 Proporsie variansie toegeskryf aan lidmaatskap van twee populasies

Hoewel ρ_{pb} en $\hat{\rho}_{pb}$ gebruik kan word as effekgrootte-indekse, is dit in die praktyk meer gebruiklik om met die kwadraat daarvan te werk. Sodanige kwadraat is dan die proporsie variansie van y wat toegeskryf kan word aan populasielidmaatskap. In plaas van ρ_{pb}^2 en $\hat{\rho}_{pb}^2$, is dit gebruiklik om η^2 en $\hat{\eta}^2$ as notasie te gebruik. Die rede vir die gebruik van η^2, is omdat in die geval van k populasies, η^2 gedefinieer word as $\eta^2 = \sigma_\mu^2 / \sigma_{tot}^2$, waar σ_μ^2 die variansie is van $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_k$ en σ_{tot}^2 die variansie van al k populasies saam. In die geval van 2 ewe groot populasies met gelyke variansies word $\sigma_\mu^2 = \frac{1}{4}(\mu_1 - \mu_2)^2$ en $\sigma_{tot}^2 = \sigma_\mu^2 + \sigma^2$, sodat uit (5.20) met $p = q = \frac{1}{2}$ volg:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\delta^2 + 4} = \rho_{pb}^2. \tag{5.38}$$

Omdat $\hat{\rho}_{pb}^2$ in (5.23) en (5.24) egter 'n sydige beramer is van $\eta^2 \left(\rho_{pb}^2\right)$, het Hays (kyk Sheskin, 2000: 264) sy omega-kwadraat voorgestel:

$$\hat{\omega}^2 = \frac{t^2 - 1}{t^2 + n_1 + n_2 - 1} \tag{5.39}$$

In terme van $\hat{\delta}$ is hierdie beramer:

$$\hat{\omega}^2 = \frac{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}\hat{\delta}^2 - 1}{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}\hat{\delta}^2 + n_1 + n_2 - 1} \quad . \tag{5.40}$$

Die probleem met $\hat{\omega}^2$ as beramer is dat dit negatief kan wees as |t| < 1. Siende dat η^2 per definisie positief is, word die effekgrootte in sulke gevalle as nul geneem. Die geval waar |t| < 1, gaan altyd gepaard met ‘n nie-statisties betekenisvolle verskil in groepgemiddeldes en ons verwag dat η^2 dan klein sal wees.

Voorbeeld 5.9:

Beskou Voorbeeld B, Hoofstuk 3. Is daar ‘n prakties betekenisvolle verskil tussen die gemiddelde voorkeurtellings in E/I tussen studente en dosente? Aanvaar gelyke standaardafwykings van $\sigma = 25,$ dan is

$\delta = \left(94,58 - 107,64\right) / 25 = -0,522,$ en

$\eta^2 = \delta^2 / \left(\delta^2 + 1/ pq\right),$ waar $p = 254/282 = 0,9$ en $q = 1 - 0,9 = 0,1$, sodat

$$\eta^2 = 0,522^2 / \left(0,522^2 + 1/\left(0,9 \times 0,1\right)\right)$$
$$= 0,272/11,384$$
$$= 0,024.$$

Die proporsie variansie van E/I - voorkeurtellings wat toe te skryf is aan die twee groepe is slegs $0,024$.

Let op dat omdat die populasiegroottes baie verskillend is, dit ‘n groot invloed het op die waarde van η^2. In die geval waar die populasies ewegroot sou wees, $\left(p = q = \frac{1}{2}\right)$, geld bv.:

$$\eta^2 = \delta^2 / \left(\delta^2 + 4\right) = 0,272/4,272 = 0,064$$

□

5.3.3 Riglynwaardes vir proporsie variansie toegeskryf aan populasie-lidmaatskap

Die riglynwaardes van Cohen, (1969, 1977, 1988) vir gestandaardiseerde verskille, waaronder δ, word in paragraaf 4.5 gegee. Verder, vir korrelasie tussen twee kontinue veranderlikes, volg Cohen se voorgestelde riglynwaardes in paragraaf 5.1.2, terwyl by meervoudige lineêre regressie dit in paragraaf 5.2.4 gegee word vir o.a. $\rho^2_{y.A}$. Omdat proporsie variansie toe te skryf aan populasie-lidmaatskap, gegee word deur ρ^2_{pb} en sy beramer $\hat{\rho}^2_{pb}$, wat in terme van δ en $\hat{\delta}$ (kyk (5.21) en (5.23)) geskryf kan word, sou δ en $\hat{\delta}$ se riglynwaardes aanleiding kon gee tot dié vir ρ^2_{pb} en $\hat{\rho}^2_{pb}$. Gebruikmaking van Tabel 5.3, lewer:

- Klein effek: $\rho^2_{pb} = 0,01 \quad (\delta = 0,2\,; \rho_{pb} = 0,1)$
- Medium effek: $\rho^2_{pb} = 0,06 \quad (\delta = 0,5; \rho_{pb} = 0,243)$
- Groot effek: $\rho^2_{pb} = 0,14 \quad (\delta = 0,8; \rho_{pb} = 0,371)$.

Opmerkings:

1. Hierdie is wel die riglynwaardes wat Cohen voorstel vir η^2, maar in die geval van meer as twee populasies. In hoofstuk 6 sal ons Cohen se motivering weergee vir sy keuses. In die onderhawige geval word ρ^2_{pb} egter nie net deur δ^2 bepaal nie maar ook deur die proporsie p van populasie-elemente wat tot die een populasie hoort (q word deur p bepaal). Tabel 5.4 gee waardes vir ρ^2_{pb} by geselekteerde waardes van δ en p.
2. Uit Tabel 5.4 is dit duidelik dat *soos p kleiner word, ρ^2_{pb} ook verklein***.** In die ekstreme geval van $p = 0,01$ bly ρ^2_{pb} klein of medium, volgens

bostaande riglyne. (Voorbeeld 5.9 illustreer dit mooi). Omdat $pq = p(1-p)$ simmetries is in p rondom $p = 0,5$ word dieselfde waardes van ρ_{pb}^2 verkry as $p = 0,99;\ 0,95;\ldots 0,4$.

Tabel 5.4: Waardes van ρ_{pb}^2

δ \ p	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.2	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
0.3	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02
0.4	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.04	0.04
0.5	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.06
0.6	0.00	0.02	0.03	0.04	0.05	0.07	0.08	0.08
0.7	0.00	0.02	0.04	0.06	0.07	0.09	0.11	0.11
0.8	0.01	0.03	0.05	0.08	0.09	0.12	0.13	0.14
0.9	0.01	0.04	0.07	0.09	0.11	0.15	0.16	0.17
1	0.01	0.05	0.08	0.11	0.14	0.17	0.19	0.20
1.1	0.01	0.05	0.10	0.13	0.16	0.20	0.23	0.23
1.2	0.01	0.06	0.11	0.16	0.19	0.23	0.26	0.26
1.3	0.02	0.07	0.13	0.18	0.21	0.26	0.29	0.30
1.4	0.02	0.09	0.15	0.20	0.24	0.29	0.32	0.33
1.5	0.02	0.10	0.17	0.22	0.26	0.32	0.35	0.36
1.6	0.02	0.11	0.19	0.25	0.29	0.35	0.38	0.39
1.7	0.03	0.12	0.21	0.27	0.32	0.38	0.41	0.42
1.8	0.03	0.13	0.23	0.29	0.34	0.40	0.44	0.45
1.9	0.03	0.15	0.25	0.32	0.37	0.43	0.46	0.47
2	0.04	0.16	0.26	0.34	0.39	0.46	0.49	0.50

3. Die geval $p = 0,5$ stem ooreen met bostaande riglynwaardes, waar dus aanvaar word dat die *populasies ewe groot* is.
4. Verder, omdat ρ_{pb}^2 'n funksie is van δ, word die aanname van gelyke *standaardafwykings* van die twee populasies gemaak. Dis waarom hierdie aanname gemaak moes word in Voorbeeld 5.9.
5. Grissom en Kim (2005: 92-95) gee drie redes waarom die gebruik van ρ_{pb} bo dié van ρ_{pb}^2 verkieslik is.

6. Weens die beperkende aannames in 3 en 4 asook wat in 5 hierbo genoem word, word aanbeveel dat in die vergelyking van twee populasiegemiddeldes, liefs van een van die effekgrootte-indekse δ , δ_a , Δ, Δ_1, Δ_2 , δ_D en δ'_D gebruik gemaak word of hulle beramers. Dan kan immers 'n geskikte indeks gekies word om te pas by die aannames of situasie. Om hierdie rede word nie verder aandag geskenk aan bv. vertrouensintervalle vir ρ^2_{pb} nie.

5.4 Effekgroottes by 2 x 2 - frekwensietabelle

Wanneer populasie- of steekproefelemente gelyktydig volgens twee digotome kategorieë geklassifiseer kan word, kan hierdie data weergegee word in 'n 2 x 2 – frekwensie- of gebeurlikheidstabel (ook genoem 'n vierdelingstabel) soos in Tabel 5.5 (kyk Steyn, 2002 en Kline, 2004a: 146):

Tabel 5.5

Die 2 x 2 frekwensietabel van x en y

		y Kategorie 1	Kategorie 2	Totaal
x	Kategorie 1	a	b	$a+b$
	Kategorie 2	c	d	$c+d$
	Totaal	$a+c$	$b+d$	n

Hier is a , b , c en d die frekwensies by die 4 kombinasies van x en y se kategorieë en $n=a+b+c+d$ die populasie- of steekproefgrootte.

5.4.1 Verband tussen x en y

Die Pearson-korrelasiekoëffisiënt tussen x en y (waar elkeen 2 waardes aanneem soos bv. 1 en 2) is in terme van die frekwensies in Tabel 5.5:

$$\varphi = \frac{ad\text{-}bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}, \qquad (5.41)$$

die *phi-koëffisiënt* . Hierdie koëffisiënt het dus dieselfde eienskappe as ρ_{xy} en r_{xy} en kan as sodanig as ‘n effekgrootte-indeks gebruik word. Soos ρ_{xy} en r_{xy} kan φ ook negatief wees, wat die geval is wanneer $bc > ad$. Omdat kategorieë 1 en 2 gewoonlik in ‘n arbitrêre volgorde is (bv. die eerste kategorie van x is mans en die tweede dames) sou die frekwensietabel gewoonlik so opgestel kan word dat die groter frekwensies by kategorie 1 van beide x en y en kategorie 2 van beide x en y voorkom. So ‘n opstelling het ‘n positiewe φ tot gevolg.

Cohen (1969, 1977, 1988) stel na aanleiding van die riglynwaardes vir ρ_{xy} dieselfde waardes vir φ voor, nl.

- Klein effek: $\varphi = 0{,}1$
- Medium effek: $\varphi = 0{,}3$
- Groot effek: $\varphi = 0{,}5$.

5.4.2 Binomiaal effekgrootte voorstelling (Rosenthal et.al 2000: 17)

Om die φ-koëffisiënt te interpreteer in terme van ‘n 2 x 2-frekwensietabel, word die sogenaamde BESD (“Binomial Effect Size Display”) gebruik. As voorbeeld, beskou ‘n eksperimentele- en kontrole groep elk van grootte 100 en veronderstel dat van die 200 persone 100 verbeter het na ‘n behandeling en 100 nie verbeter het nie en dat die 2 x 2 tabel as volg lyk:

		Verbeter	Nie-verbeter	Totaal
Groepe	Eksperimenteel	66	34	100
	Kontrole	34	66	100
	Totaal	100	100	200

Nou is $\varphi = \frac{66\times 66 - 34\times 34}{\sqrt{100\times 100\times 100\times 100}} = 0,32.$

In die algemeen is die inhoud van die 2 x 2 tabel:

$$\begin{array}{cc} 100\left(0.5+\frac{r}{2}\right) & 100\left(0.5-\frac{r}{2}\right) \\ 100\left(0.5-\frac{r}{2}\right) & 100\left(0.5+\frac{r}{2}\right) \end{array}$$

met $r = \varphi$. In die voorbeeld is $r = 0,32$ sodat 66% - 34% = 32%. Dit gee dus die verskil in verbeteringskoerse (66% vs 34%) as die helfte van 'n populasie 'n behandeling ontvang (tot eksperimentele-groep behoort) en die ander helfte geen behandeling ontvang (tot die kontrole-groep behoort). Die volgende tabel gee die verbeteringskoerse vir waardes van $r = \varphi$:

Verbeteringskoers

$r=\varphi$	**Vanaf**	**Na**	**Effek** (Cohen, 1988)
0,0	0,5	0,5	
0,1	0,45	0,55	klein
0,2	0,40	0,60	
0,3	0,35	0,65	medium
0,4	0,30	0,70	
0,5	0,25	0,75	groot
0,6	0,20	0,80	
0,7	0,15	0,85	
0,8	0,10	0,90	
0,9	0,05	0,95	
1,0	0,00	1,00	

Om ‘n gevoel in terme van vierdelingstabelle te kry vir φ-waardes, gee Steyn (2002) die volgende voorbeelde in Tabel 5.6:

Tabel 5.6

Voorbeelde van 2 x 2 tabelle

(a) $\varphi = 0$: As frekwensies in 2 rye (of kolomme) gelyk is, bv.

		y 1	2	
x	1	50	50	100
	2	25	25	50
		75	75	150

(b) $\varphi = 0{,}1$: (klein effek):

		y 1	2	
x	1	55	45	100
	2	45	55	100
		100	100	200

(c) $\varphi = 0{,}3$: (medium effek):

		y 1	2	
x	1	65	35	100
	2	35	65	100
		100	100	200

(d) $\varphi = 0{,}5$: (groot effek):

		y 1	2	
x	1	75	25	100
	2	25	75	100
		100	100	200

(e) $|\varphi| = 1$: As frekwensies in enige diagonaal van die tabel 0 is, bv.

		y 1	2	
x	1	100	0	100
	2	0	100	100
		100	100	200

Tabel 5.6(e) is ‘n voorbeeld van ‘n *streng perfekte verband* tussen x en y (Smithson, 2000: 324). Dit beteken dat x vir y ten volle bepaal en andersom.

As ‘n persoon ‘n 1 vir x het, gaan dit ook ‘n 1 wees vir y, terwyl almal met ‘n 2 vir x ook ‘n 2 vir y kry.

Beskou egter die volgende tabel:

		y 1	2	
x	1	100	0	100
	2	75	25	100
		175	25	200

Hier is ‘n *swak perfekte verband* (Smithson, 2000: 324) in die sin dat slegs vir kategorie 1 van x, y ten volle bepaal word, maar nie vir kategorie 2 nie. Ook word x ten volle bepaal as $y=2$. Hier is $\varphi = 0,38$ wat ‘n aansienlike verlaging is vanaf $\varphi = 1$. Dit wys dat φ *nie ‘n geskikte maatstaf is om swak perfekte verbande te meet nie.* Later sal ons aantoon dat die relatiewe kansverhouding (“Odds ratio”) meer geskik is vir hierdie doeleinde.

Voorbeeld 5.10:
In Voorbeeld C, Hoofstuk 3, voeg die laaste 3 kategorieë van rook saam, sodat dit ‘n 2 x 2 - tabel word:

Koronêre hartsiekte

		Ja	Nee	Totaal
Rook	Ja	78	59	137
	Nee	42	61	103
	Totaal	120	120	240

Ten einde die verband te bepaal tussen koronêre hartsiekte en rook, word φ bereken as

$$\varphi = \frac{78\times 61 - 59\times 42}{\sqrt{137\times 103\times 120\times 120}} = \frac{2280}{\sqrt{203198400}} = 0{,}16,$$

wat dui op ‘n klein effek

Gestel die 240 werknemers is ewekansig gekies uit alle werkers by die maatskappy. Dan sou φ beraam kon word met die waarde van $0{,}16$.

□

In die algemeen kan die steekproefwaarde van φ, $\hat{\varphi}$ gebruik as ‘n beramer van die populasiewaarde van φ. Hierdie beramer is asimptoties onsydig, maar oorberaam φ vir klein steekproewe met benaderd $1/\sqrt{n}$ (Johnson et.al, 1995: 447).

Opmerking:

Fleiss (1994) wys op die volgende probleem met φ as effekgrootte-indeks, aan die hand van ‘n voorbeeld. Beskou twee studies waarvan die relatiewe frekwensies vir y vir gegewe x dieselfde is, maar die relatiewe frekwensies van x verskil:

			y		
Studie			+	-	Totaal
1	x	+	45	5	50
		-	120	30	150
		Totaal	165	35	200
2	x	+	90	10	100
		-	80	20	100
		Totaal	170	30	200

By beide studies is vir x + die relatiewe frekwensies 45/50 = 90/100 en 5/50 = 10/100, en netso by x -. Die relatiewe frekwensies by x + is 50/200 en 100/200 wat verskil – so ook by x -.

Die φ - koëffisiënte is egter 0,11 en 0,14 vir die twee studies.

Dit beteken dat die φ - koëffisiënt beïnvloed word deur die mate wat die kategorieë van x verteenwoordig word in die data. Dieselfde geld ook vir die y - kategorieë.

Om hierdie rede is $\hat{\varphi}$ **nie** 'n *geldige beramer* as dit gebaseer is op iets anders as *'n ewekansige steekproef* **nie**. By ewekansigheid behoort die randtotale van die 2 x 2 – frekwensietabel in dieselfde verhoudings te wees as dié van die populasie. Beskou die volgende fiktiewe frekwensie-tabel wat verkry is uit Voorbeeld 5.10, maar waar 'n ewekansige steekproef uit die maatskappy getrek is in plaas van 'n gestratifiseerde steekproef met gelyke getalle werknemers met of sonder hartsiektes:

		Koronêre hartsiekte		
		Ja	Nee	Totaal
Rook	Ja	26	98	124
	Nee	14	102	116
	Totaal	40	200	240

Die tabel is verkry deur die 240 werknemers te verdeel in 40 i.p.v. 120 wat hartsiekte het en die getal rokers as een-derde van die oorspronklike 78 te neem. Soortgelyk is 98 benaderd tot die naaste heelgetal $\frac{59}{120}\times 200$. Hierdie tabel behoort 'n realisasie van 'n ewekansige steekproef te wees indien een-sesde (d.i. $\frac{40}{240}$) van die werknemers hartsiektes het. Die waarde $\hat{\varphi}=0{,}119$ gaan 'n geldige beraming gee van die populasie φ - koëffisiënt, terwyl Voorbeeld 5.10 se waarde van $\hat{\varphi} = 0{,}16$ op grond van ‘n gestratifiseerde steekproef nie as ‘n geldige beramer dien nie.

5.4.3 Die teen-nul van die BESD

Die φ-koëffisiënt kan as ‘n spesiale geval van ‘n punt-biseriale korrelasie beskou word, waar die responsveranderlike (y) digotoom is. Vir die beramer $\hat{\rho}_{pb}$ is ‘n teen-nulwaarde in (5.34) verkry wat i.t.v. $r = \varphi$ word:

$$r_{teen-nul} = \frac{2r}{\sqrt{1+3r^2}}. \qquad (5.42)$$

Vir ‘n BESD waar $\varphi = r$, is die teen-nul van ‘n BESD een met $\varphi = r_{teen-nul}$. In bostaande voorbeeld met $\varphi = 0{,}32$ is

$$r_{teen-nul} = \frac{2\times 0{,}32}{\sqrt{1+3\times 0{,}32^2}} = 0{,}56,$$

sodat die teen-nul BESD:

	Verbeter	Nie-verbeter	Totaal
Eksperimenteel	78	22	100
Kontrole	22	78	100
Totaal	100	100	200

Hierdie 2 x 2 – tabel is dus net so waarskynlik as die BESD waar $\varphi = 0$, nl:

	Verbeter	Nie-verbeter	Totaal
Eksperimenteel	50	50	100
Kontrole	50	50	100
Totaal	100	100	200

5.4.4 Vertrouensinterval vir φ

Vir groot steekproewe gee Fleiss (1994) die variansie van $\hat{\varphi}$ as:

$$Var(\hat{\varphi}) = \frac{1}{n}\left[1-\hat{\varphi}^2+\hat{\varphi}\left(1+\frac{\hat{\varphi}^2}{2}\right)C_1-\frac{3}{4}\hat{\varphi}^2C_2\right], \tag{5.43}$$

waar

$$C_1 = \frac{(a+b-c-d)(a+c-b-d)}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

en

$$C_2 = \frac{(a+b-c-d)^2}{(a+b)(c+d)} + \frac{(a+c-b-d)^2}{(a+c)(b+d)}$$

Die benaderde $100(1-\alpha)\%VI$ vir φ se grense is dus:

$$\varphi_O = \hat{\varphi} - z_{\alpha/2}\sqrt{Var(\hat{\varphi})}$$

en (5.44)

$$\varphi_B = \hat{\varphi} + z_{\alpha/2}\sqrt{Var(\hat{\varphi})} \ .$$

As alternatief kan die presiese VI bepaal word deur die SAS-program VI_w te gebruik vir φ as 'n spesiale geval van w in paragraaf 5.5.2. Gebruik as insette $X2 = n\hat{\varphi}^2$, n en vg=1.

Voorbeeld 5.11:

Vir Voorbeeld 5.10 word

$$C_1 = \frac{(137-103)(120-120)}{\sqrt{137\times 103\times 120\times 120}} = 0$$

$$C_2 = \frac{(137-103)^2}{137\times 103} + 0 = 1156/14111 = 0,082$$

$$Var(\hat{\varphi}) = \frac{1}{240}\left[1-0,16^2+0,16\left(1+\frac{0,16^2}{2}\right)\times 0-\frac{3}{4}\times 0,16^2\times 0,082\right]$$

$$= \frac{1}{240} \times 0,9728 = 0,00405$$

'n $95\%\text{-}VI$ se grense is dan:

$$\varphi_O = 0,16 - 1,96\sqrt{0,00405} = 0,16 - 0,125 = 0,035$$

$$\varphi_B = 0,16 + 0,125 = 0,285.$$

Vir die presiese VI is die insette $X2 = 240 \times (0,16)^2 = 6,144$, n=240 en vg=1.

Dit lewer die 95% VI van (0,032 ; 0,287), wat baie naby aan die benaderde VI is.

Dus, selfs met 'n groot steekproef soos 240, is die $95\%\text{-}VI$ se grense redelik wyd en wissel φ se waarde sodanig dat dit 'n klein tot medium effek is. □

5.4.5 Waarskynlikheidsmaatstawwe uit 2 x 2 frekwensietabelle

Gestel dat die proporsies populasie-elemente van populasies 1 en 2 respektiewelik p en q is. Gestel die respons op y kan positief of negatief wees (bv. 'stem saam' teenoor verskil; in gevalle-kontrolestudies in epidemiologie 'blootgestel' teenoor 'nie-blootgestel'; in intervensiestudies 'verbeter' teenoor 'nie-verbeter'). Neem die waarskynlikhede (proporsies) vir positief π_1 en π_2 in die twee populasies. Die 2 x 2 frekwensietabel lyk dus as volg:

Tabel 5.7 Algemene 2 x 2 – tabel

		y		
		Positief	Negatief	Totaal
x	Populasie 1	$pN\pi_1$	$pN(1-\pi_1)$	pN
	2	$qN\pi_2$	$qN(1-\pi_2)$	qN
	Totaal	$N\pi$	$N(1-\pi)$	N

Hier is $\pi = p\pi_1 + q\pi_2$ die waarskynlikheid vir 'n positiewe respons by beide populasies, terwyl *N* die totale getal elemente in beide populasies is.

Deur gebruik te maak van bg. tabel, bespreek ons die volgende drie *vergelykende risiko- of koersmaatstawwe:*

- Verskil in proporsie positiewe response, $\pi_1 - \pi_2$.
- Verhouding van proporsie positiewe response π_1 / π_2, die koers- of risiko verhouding.
- Relatiewe kans verhouding ("odds ratio")

$$\omega = \frac{\pi_1 / (1-\pi_1)}{\pi_2 / (1-\pi_2)} = \frac{\pi_1 / (1-\pi_2)}{\pi_2 / (1-\pi_1)}.$$

Koersmaatstawwe is 'n meer algemene term, want slegs wanneer 'positief' iets ongewens soos 'blootstel', 'geïdentifiseer', 'siek', 'dood' beteken, kan ons van *risikomaatstawwe* praat.

5.4.6 Verskil in proporsies

Soos in die geval van gemiddeldes, is hier twee soorte effekgrootte-indekse ter sprake. Eerstens gestandaardiseerde verskille in proporsies en tweedens die verband tussen die respons y met die populasie-indeling x.

(a) Gestandaardiseerde verskille in proporsies:

Neem

$$y_i = \begin{cases} 1 & as\ populasie\ i\ positief\ is \\ 0 & anders ins, \end{cases}$$

dan is y_i se populasiegemiddelde $\mu_i = \pi_i$ en die populasievariansie daarvan $\sigma_i^2 = \pi_i(1-\pi_i)$, sodat uit (4.21) met $W_1 = p$ en $W_2 = q$ volg:

$$\delta_g = \frac{\pi_1 - \pi_2}{\sqrt{p\pi_1(1-\pi_1) + q\pi_2(1-\pi_2)}} \quad . \tag{5.45}$$

Indien gelyke populasievariansies aanvaar word, kan elkeen van die variansies met $\pi(1-\pi)$ (onthou dat $\pi = p\pi_1 + q\pi_2$) vervang word en lewer dit die proporsie-analoog van δ op:

$$\delta = \frac{\pi_1 - \pi_2}{\sqrt{\pi(1-\pi)}} \tag{5.46}$$

Met populasie 1 as die uitgangspunt (sê die kontrole), word die effekgrootte-indeks:

$$\Delta_1 = (\pi_1 - \pi_2) / \sqrt{\pi_1(1-\pi_1)} \tag{5.47}$$

Die beramers $\hat{\delta}_g$, $\hat{\delta}$ en Δ_1 kan verkry word deur die proporsies π_1 en π_2 met p_1 en p_2, die steekproefproporsies vir die twee populasies te vervang.

Die probleem met al drie bg. indekse is egter dat die standaardafwyking waardeur gedeel word, van π_1 en π_2 afhang.

Cohen (1969, 1977, 1988) stel daarom die volgende *effekgrootte-indeks* voor:

$$\psi = 2\left(bg\,sin\left(\sqrt{\pi_1}\right) - bg\,sin\left(\sqrt{\pi_2}\right)\right) \tag{5.48}$$

Let op dat $bg\,sin(x)$ die hoek in radiale (a) is waarvan $sin(a) = x$.

Opmerkings:

- Die funksie $bg\,sin(x)$ word ook aangedui deur $arcsin(x)$ of $sin^{-1}(x)$ op sakrekenaars.
- Radiale word uit 'n hoek in grade verkry deur $a = \frac{\theta}{360} \times 6,283$, waar θ die hoek in grade is.
- Indien π_1 of $\pi_2 = 0$, gebruik dan $bg\,sin\left(\sqrt{1/(4n)}\right)$ i.p.v. $bg\,sin(0)$.
- Indien π_1 of $\pi_2 = 1$, gebruik dan 1,571 - $bg\,sin\left(\sqrt{1/(4n)}\right)$ i.p.v. $bg\,sin(1)$.

- Die standaardafwyking van ψ is onafhanklik van π_1 en π_2 sodat soos by vergelyking van gemiddeldes die skaal konstant bly. Bv. vir $\pi_1 = 0,65$ en $\pi_2 = 0,35$ is $\psi = 0,61$, terwyl vir $\pi_1 = 0,5$ en $\pi_2 = 0,2$ is $\psi = 0,64$. Dit beteken dat 'n verskil van $0,3$ in proporsies naastenby 'n verskil van $0,6$ op die ψ-skaal te weeg bring. Met die indeks δ_g, sou die ooreenstemmende waardes $0,63$ en $0,50$ gewees het, , as $p = q = \frac{1}{2}$ aanvaar word.
- Let op dat by 'n BESD 2 x 2-tabel (kyk vorige paragraaf), is al die randtotale 100 en herlei $\pi_1 - \pi_2$ na φ. Dus kan r = $\pi_1 - \pi_2$ geneem word en die BESD uit die verskil in proporsies bepaal word.

Indien ewekansige steekproewe uit die populasies p_1 en p_2 as proporsies lewer, kan die beramer

$$\hat{\psi} = 2\left(bg\,sin\left(\sqrt{p_1}\right) - bg\,sin\left(\sqrt{p_2}\right)\right) \tag{5.49}$$

gebruik word. Vir groot steekproewe is $\hat{\psi}$ normaal verdeel met gemiddeld ψ en variansie $\left(1/n_1 + 1/n_2\right) = \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}$, sodat die $100(1-\alpha)\%\ VI$ gegee word deur die grense:

$$\psi_0 = \hat{\psi} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$$

en (5.50)

$$\psi_B = \hat{\psi} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}\ .$$

Teen-nulwaarde vir $\hat{\psi}$:

Omdat $\hat{\psi}$ normaal verdeeld is met variansie onafhanklik van ψ, volg uit paragraaf 4.1 dat netsoos in die geval van d, die teen-nulwaarde van $\hat{\psi}$ gegee word deur $2\hat{\psi}$.

Voorbeeld 5.12:

Beskou voorbeeld 5.10 en neem die koronêre hartsiekte lyers as populasie 1 en dié daarsonder as populasie 2. Nou is $\pi_1 = \frac{78}{120} = 0,65 \quad \pi_2 = 0,49$, $p = \frac{120}{240} = 0,5 = q$.

$$\delta_g = \frac{0,65 - 0,49}{\sqrt{0,5 \times 0,65 \times 0,35 + 0,5 \times 0,49 \times 0,51}}$$
$$= \frac{0,17}{\sqrt{0,1138 + 0,1250}} = \frac{0,17}{0,489} = 0,348.$$

Om δ te bepaal, bereken ons $\pi = \frac{137}{240} = 0,57$ sodat $\delta = 0,17/\sqrt{0,57 \times 0,43} = 0,17/0,495 = 0,343$, wat vir alle praktiese doeleindes dieselfde as δ_g is.

$$\psi = 2\left(bg\,sin\left(\sqrt{0,65}\right) - bg\,sin\left(\sqrt{0,49}\right)\right)$$

$= 2\left(0,9377 - 0,7754\right) = 0,325$, wat weer omtrent dieselfde effekgrootte gee.

Word die aanname gemaak dat daar twee ewekansige steekproewe uit populasies 1 en 2 getrek word, is die benaderde 95% VI vir ψ se grense:

$$\psi_0 = 0,325 - 1,96\sqrt{\frac{120+120}{120 \times 120}}$$
$$= 0,325 - 1,96 \times 0,129 = 0,072$$
$$\psi_B = 0,325 + 0,253 = 0,578$$

Die waarde ψ in die populasie kan dus so laag as $0,072$ wees maar ook so hoog soos $0,578$ (met waarskynlikheid 95%). Indien ewekansige steekproewe uit die twee populasies getrek is, is die beramer $\hat{\psi}$ =0,325 met teen-nulwaarde 2 x 0,325 = 0,65. Die nul-waardeinterval is dus (0 ; 0,65), wat beteken dat die effekgrootte ψ die waarde van 0,65 netsowel as die waarde 0 kan aanneem.

5.4.7 Riglynwaardes vir verskille in proporsies

Uit Voorbeeld 5.12 wil dit lyk asof al drie die effekgrootte-indekse δ_g, δ en ψ omtrent dieselfde waardes oplewer. Dit geld in die praktyk vir al die kombinasies van $0,1 \leq \pi_1, \pi_2 \leq 0,9$ en $0,25 \leq p \leq 0,5$. Na aanleiding van die riglynwaardes van δ, gebaseer op gemiddeldes, stel Cohen (1969, 1977, 1988) dieselfde riglyne voor:

Klein effek: δ, δ_g, $\psi = 0,2$. Hierdie waarde word verkry as $(\pi_1;\pi_2)$ bv. die volgende pare vorm: $(0,005;0,1),(0,2;0,29),(0,4;0,5),(0,6;0,7),(0,8;0,87)$ en $(0,9;0,95)$.

Medium effek: δ, δ_g, $\psi = 0,5$. Hier is (π_1,π_2)-waardes bv. die pare: $(0,05;0,21),(0,2;0,43),(0,4;0,65),(0,6;0,82),(0,8;0,96)$.

Groot effek: δ, δ_g, $\psi = 0,8$. Hier is (π_1,π_2)-waardes bv. die pare: $(0,05;0,34),(0,2;0,58),(0,4;0,78),(0,6;0,92),(0,8;0,996)$.

Burnand et. al. (1990) stel riglyne voor wat empiries bepaal is uit ‘n opname van 392 artikels in die mediese literatuur:

- Betekenisvol: δ = 0,28
- Substansieel betekenisvol: δ = 0,35
- Hoogsbetekenisvol: δ = 0,65.

5.4.8 Koers- of risikoverhouding

Die koersverhouding is die verhouding van die waarskynlikhede π_1 en π_2 soos in paragraaf 5.4.5 gedefinieer. Indien populasie 1 die kontrole-populasie en 2 die behandelingspopulasie is, is π_1/π_2 die verhouding van die proporsie positiewe response van die kontrole persone relatief tot die behandelde persone. As ‘positief’ iets soos siekte of dood beteken, word na ‘n risikoverhouding verwys. As $\pi_1/\pi_2 > 1$, beteken dit dat die risiko dus groter is in die kontrole- as in die behandelingsgroep. Indien populasie 1 en 2 andersom gedefinieer is, sou $\pi_1/\pi_2 < 1$ voordelig wees.Die berekening van π_1/π_2 in terme van die sel-frekwensies van ‘n 2 x 2- frekwensietabel (Tabel 5.5) is:

$$\pi_1/\pi_2 = \frac{a/(a+b)}{c/(c+d)} \qquad (5.51)$$

Indien daar met steekproewe gewerk word, is die beraamde koersverhouding p_1/p_2, waar p_1 en p_2 die steekproefproporsies van steekproewe uit die twee populasies is.

Die nadeel van die koers verhouding is dat dit baie groot kan word as π_2 baie klein word relatief tot π_1. Daarom dien dit nie as ‘n effekgrootte-indeks soos bv. φ of η^2 wat tussen 0 en 1 lê nie, maar moet dit beoordeel word van hoe ver dit van 1 af lê, omdat $\pi_1/\pi_2 = 1$ geen verskil in koers of risiko beteken. Die natuurlike logaritme van π_1/π_2, nl. $\ell n(\pi_1/\pi_2) = \ell n\pi_1 - \ell n\pi_2$ dien ook as ‘n effekgrootte-indeks wat enige waarde kan aanneem met die nulpunt as geen verskil in koers nie.Volgens Fleiss (1994) en Kline (2004a) is $\ell n(p_1/p_2)$ benaderd normaal verdeel, indien die steekproewe groot is. Verder is

$$Var\left[\ell n(p_1/p_2)\right] = \frac{1-p_1}{n_1 p_1} + \frac{1-p_2}{n_1 p_2}, \qquad (5.52)$$

sodat die $100(1-\alpha)\%\ VI$ vir $\ell n(\pi_1/\pi_2)$ se grense (O; B) verkry word uit:

$$\ell n(p_1/p_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{1-p_1}{n_1 p_1} + \frac{1-p_2}{n_2 p_2}} \quad . \qquad (5.53)$$

Die VI vir π_1/π_2 het dan grense:

$$\left(\pi_1/\pi_2\right)_O = e^O \text{ en } \left(\pi_1/\pi_2\right)_B = e^B, \tag{5.54}$$

waar (O, B) die VI met grense in (5.53) is.

Voorbeeld 5.13:Uit Voorbeeld 5.6, neem populasie 1 as persone met koronêre hartsiekte en 2 dié daarsonder, dan is $\pi_1 = \frac{78}{120} = 0,65$ en $\pi_2 = \frac{59}{120} = 0,49$, die proporsies of waarskynlikhede dat persone uit dié populasies rook. $\pi_1/\pi_2 = 0,65/0,49 = 1,327$, wat beteken dat persone met koronêre hartsiekte 1,3 keer meer geneig is om te rook as dié daarsonder. Rook kan dus 'n risikofaktor wees by die siekte. Indien die 120 per groep as twee ewekansige steekproewe beskou word, is $p_1 = 0,65$ en $p_2 = 0,49$ sodat $p_1/p_2 = 1,327$ die beraming van die koersverhouding, terwyl $\ell n\left(p_1/p_2\right) = \ell n\left(1,327\right) = 0,283$

$$Var\left[\ell n\left(p_1/p_2\right)\right] = \frac{1-0,65}{120\times 0,65} + \frac{1-0,49}{120\times 0,49}$$
$$= 0,00449 + 0,00864$$
$$= 0,0131$$

95% VI vir $\ell n\left(\pi_1\pi_2\right)$:

$$0,283 \pm 1,96\sqrt{0,0131}$$
$$= 0,283 \pm 0,225$$
$$= \left(0,058;0,508\right)$$

$\left(\pi/\pi_2\right)_O = e^{0,058} = 1,060$, $\left(\pi_1/\pi_2\right)_B = e^{0,508} = 1,661$.

Dit beteken dat π_1/π_2 met 95% waarskynlikheid so laag soos 1,06 maar ook so hoog soos 1,661 kan wees. Daar is dus 'n aanduiding van 'n risiko.

5.4.9 Relatiewe kansverhouding ("odds ratio")

Dis eers nodig om *kansverhouding* ("odds") te definieer. In terme van Tabel 5.7 is die kansverhouding vir populasie 1 $\pi_1/\left(1-\pi_1\right)$ en vir populasie 2 $\pi_2/\left(1-\pi_2\right)$.

Dit gee dus die verhouding van die waarskynlikheid vir y positief t.o.v. die waarskynlikheid vir y negatief.

Voorbeeld 5.14: In Voorbeeld 5.10 is die kansverhoudings vir persone met koronêre hartsiekte $\frac{78}{120}\Big/\frac{42}{120}=\frac{78}{42}=1{,}857,$ terwyl, vir persone sonder die siekte is dit $\frac{59}{120}\Big/\frac{61}{120}=0{,}967$. By hartsiekte-lyers is daar dus omtrent 1,9 persone wat rook vir elkeen wat nie rook nie, terwyl vir die persone sonder hartsiekte dit naby aan 1 is. □

Indien die twee populasies se kansverhoudings vergelyk wil word, kan dit gedoen word deur die verhouding daarvan te bepaal.

Hierdie verhouding heet die *relatiewe kansverhouding of kansrelatief* (KR) (“odds ratio”).

$$\omega=\frac{\pi_1/(1-\pi_1)}{\pi_2/(1-\pi_2)}=\frac{\pi_1(1-\pi_2)}{\pi_2(1-\pi_1)}=\frac{ad}{bc} \qquad (5.55)$$

Vir berekening is dit die maklikste om $\frac{ad}{bc}$ te gebruik uit Tabel 5.5. Die waarde van KR kan wissel tussen 0 en oneindig, met die waarde van 1 wanneer die twee kansverhoudings dieselfde is. Die waardes 0 en oneindig word verkry indien enige van die frekwensies in die 2 x 2 – tabel 0 is. In paragraaf 5.4.1 is dit juis die geval as ‘n swak perfekte verband tussen x en y bestaan.

Voorbeeld 5.15 (Smithson, 2000: 324):
‘n Kliniese psigoloog het in navorsing oor slang-fobie die volgende frekwensietabel verkry:

Hou nie van slange nie

	Ja	Nee	Totaal

Walging van	Ja	49(a)	5(b)	54
Slange	Nee	159(c)	49(d)	208
	Totaal	54	208	262

Die kansverhouding vir mense wat walg van slange = $49/5 = 9,8$.

Die kansverhouding vir mense wat nie walg van slange nie = $159/49 = 3,24$.

Die kansrelatief is:

$$KR = 9,8/3,24 = 3,02.$$

(Let op dat KR ook verkry kon word uit

$$KR = (\mathrm{ad})/(\mathrm{cd}) = (49 \times 49)/(5 \times 159) = 3,02.$$

(Hier word a die frekwensie van die Ja-Ja kategorie geneem, ens.).

Dit beteken dat die kansverhouding vir mense wat walg van slange 3 keer hoër is as dié wat nie daarvan walg nie. ‘n KR van $\frac{1}{3,02} = 0,331$ sou dieselfde betekenis hê indien die kansverhouding van mense wat nie walg van slange nie met diegene wat wel walg, vergelyk word.

Smithson (2000: 326) noem *twee voordele* van KR as maatstaf van verband bo dié van die φ-koëffisiënt:

1) Dit dien ook as ‘n maatstaf van swak perfekte verbande;
2) Dit bly dieselfde al word ‘n ry of kolom van die 2 x 2 – tabel met ‘n faktor vermenigvuldig.

Indien die ewekansige steekproef uit ’n populasie getrek word, word die populasie $KR\,(\omega)$ beraam met $\hat{\omega}$, waar a, b, c en d die steeproeffrekwensies is. Indien b of c of beide nul is, is $\hat{\omega}$ ongedefinieerd. Die beramer deur Jewell voorgestel (kyk Shoukri & Chaudhary, 2007) kan dan gebruik word, nl.

$$\hat{\omega}_J = \frac{ad}{(b+1)(c+1)}$$

Uit Monte-Carlo simulasies vir n = 25 $\hat{\omega}_J$ 'n kleiner sydigheid en gemiddeld kwadraatfout het as ander beramers soos $\hat{\omega}$.

Voorbeeld 5.15 gee 'n naby swak perfekte verband (die frekwensie van 5 wat naby nul is). Hier was $KR = 3,02$ en indien die eerste ry en kolom se frekwensies 3 en 51 was, verander dit na $5,522$ en word oneindig groot as die frekwensies 0 en 54 was. Die φ-koëffisiënt vir Voorbeeld 5.15 is 0,143 en verhoog na 0,26 as die eerste sel-frekwensie 0 geneem word. Dit dui slegs daarop dat dit ver van 'n perfekte verband is. Dit illustreer voordeel 1).

Wat voordeel 2 aanbetref, verwys ons na die opmerking in paragraaf 5.4.1 waar twee studies met verskillende relatiewe frekwensies vir x se twee kategorieë, verskillende φ-waardes $0,11$ en $0,14$ oplewer. Vir hierdie twee studies is die KR – waardes egter dieselfde: Studie 1 : $\frac{45 \times 30}{120 \times 5} = 2,25$

Studie 2 : $\frac{90 \times 20}{80 \times 10} = 2,25$.

Soos die koersverhouding π_1 / π_2, word *KR* beoordeel na aanleiding van die afstand vanaf 1.

Daarom is die natuurlike logaritme van *KR,* $\ell n(\omega)$, soms makliker om te gebruik omdat die afstand vanaf 1 dan herlei word na 'n afstand vanaf 0.

Indien met 'n ewekansige steekproef uit 'n populasie gewerk word, word die populasie se *KR* (ω) beraam met $\hat{\omega}$, waar *a, b, c* en *d* die steekproef-frekwensies is. Vir groot steekproewe geld verder dat $\ell n(\hat{\omega})$ benaderd normaal verdeeld is met gemiddeld $\ell n(\omega)$ en variansie (Fleiss, 1994):

$$Var\left[\ell n(\hat{\omega})\right] = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \tag{5.56}$$

Dus is ‘n $100(1-\alpha)\%VI$ vir $\ell n(\omega)$ se grense $(O;B)$

$$\ell n\left(\frac{ad}{bc}\right) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}}\ , \tag{5.57}$$

sodat die VI vir ω se grense is

$$\omega_0 = e^0 \quad \text{en} \quad \omega_B = e^B\ . \tag{5.58}$$

Verdere toepassings van relatiewe kansverhoudings of kansrelatiewe word in Fleiss (1994) bespreek:

1) Wanneer ander veranderlikes (koveranderlikes) op die responsveranderlike y, bo en behalwe groeperingsveranderlike x, inwerk, kan ‘n logistiese regressie-ontleding gedoen word, waaruit die KR-waarde direk verkry kan word.
2) Die Mantel-Haenszel beramer wanneer die koveranderlikes in 1) kategories is (en die data dus in strata verdeel is), is ‘n ander metode om die $log(KR)$-waardes te kombineer.

Newcombe (2006) gee die volgende redes waarom KR die mees gebruikte maatstaf by 2 x 2 –frekwensietabelle is:

- KR se natuurlike rol by logistiese regressie
- Die enigste sinvolle maatstaf wanneer die steekproefneming nie-ewekansig is maar met retrospektiewe geval-kontrole studie-ontwerpe gewerk word, soos in epidemiologiese studies baie keer die geval is.
- Wanneer die voorkoms van gebeurtenis (bv. ‘n siekte) baie klein is, d.i. seldsaam is, is KR se waarde baie dieselfde as die

risikoverhouding (RV), siende dat a / b ≈ a / (a+b) en c / d ≈ c / (c+d).

Newcombe waarsku egter dan dat die KR-waarde altyd verder vanaf 1 lê as die RV-waarde en risiko dus oordryf. Verder word die KR gebruik asof dit dieselfde is as RV, wat slegs waar is by seldsame gebeurtenisse.

Voorbeeld 5.16:

Indien in Voorbeeld 5.15 die frekwensietabel die resultate van 'n ewekansige steekproef weergee, is $\hat{\omega} = 3,02$ en die 90% VI vir $\ell n(\omega)$:

$$\ell n(3,02) \pm 1,645\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{49}+\frac{1}{49}+\frac{1}{159}}$$
$$= 1,105 \pm 2,645 \times 0,497$$
$$= (0,2873;1,9227)$$

Dus 90% VI vir ω: $(1,333;6,840)$, sodat die populasie KR so klein soos $1,33$ en so groot soos $6,84$ kan wees met 'n 90% waarskynlikheid. □

5.4.10 Interpretasie van KR as effekgrootte

Volgens Kline (2004a: 147) en Chinn (2000) kan KR na 'n gestandaardiseerde verskil herlei word analoog aan δ. Omdat $\ell n\left[p_1/(1-p_1)\right]$ en $\ell n\left[p_2/(1-p_2)\right]$ elk 'n logistiese verdeling besit, wat benaderd normaal met standaardafwyking $\pi/\sqrt{3} = 1,81$ is, word die gestandaardiseerde verskil dus

$$\hat{\delta}_{KR} = \frac{\ell n\left[p_1/(1-p_1)\right] - \ell n\left[p_2/(1-p_2)\right]}{1,81} = \frac{log\,it(p_1) - log\,it(p_2)}{1,81} = \frac{\ell n(\hat{\omega})}{1,81} \qquad (5.59)$$

Die gestandaardiseerde verskil δ_{KR} kan dus soortgelyk geïdentifiseer word as δ, en dieselfde riglynwaardes gebruik word, sodat

Klein effek : $\delta_{KR} = 0,2$

Medium effek : $\delta_{KR} = 0,5$

Groot effek : $\delta_{KR} = 0,8$.

Omdat uit (5.59) volg dat $\omega = e^{1,81\delta_{KR}}$, geld dus:

Klein effek : $\omega = 1,44$, neem as $1,5$

Medium effek : $\omega = 2,48$. neem as $2,5$

Groot effek : $\omega = 4,27$, neem as $4,25$.

Hoewel 'n KR van groter as 1 daarop dui dat die kansverhouding van die een populasie wel groter as die ander is, kan nie noodwendig 'n belangrike verskil in kansverhoudings afgelei word nie. Soos $0,5$ en $0,8$ per riglynwaardes medium en groot effekte te weeg bring, sou eers die riglynwaardes van $2,5$ en $4,25$ medium en groot effekte suggereer by KR-waardes.

Op grond van 'n opname in mediese tydskrifte waarby 392 artikels by betrokke was, stel Burnand et. al. (1990) die volgende riglynwaardes vir KR voor:

- Betekenisvol: KR = 2,2
- Substansieel betekenisvol: KR = 2,5
- Hoogsbetekenisvol: KR = 4,0.

Die laaste twee riglynwaardes stem met 'medium' en 'groot' effekte ooreen.

Omdat $\hat{\delta}_{KR}$ vir groot steekproewe normaal verdeeld is met variansie onafhanklik van δ_{KR}, volg soos by ψ dat die teen-nulwaarde $2\hat{\delta}_{KR}$ is. Uit (5.59) volg dus dat

$$\hat{\omega}_{teen-nul} = e^{1,81\hat{\delta}_{KR-teen-nul}} = e^{3,62\hat{\delta}_{KR}} \quad . \qquad (5.60)$$

'n Verdere interpretasie van KR is as volg:

Volgens Tritchler (1995) geld by twee normaalpopulasies (pop.1 en pop.2) met gemiddeldes μ_1 en μ_2 en gemeenskaplike standaardafwyking σ dat

E = P(klassifiseer x in pop.1 │ x is van pop.2)

= P(klassifiseer x in pop. 2 │ x is van pop.1)

$$= \Phi\left(-\frac{1}{2}\delta\right), \tag{5.61}$$

met Φ (t) die kumulatiewe verdelings funksie van ‘n standaardnormaalverdeling en

$$\delta = \frac{|\mu_1 - \mu_2|}{\sigma}$$

Die gestandaardiseerde absolute verskil in gemiddeldes soos in Hoofstuk 4 gedefinieer.

Die lineêre klassifikasie-reël in diskriminant-ontleding (kyk Hoofstuk 8) se spesiale geval in eenveranderlike populasies herlei na:

Klassifiseer x in pop.1 indien

$$x > \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \quad \text{as } \mu_1 > \mu_2 .$$

Tritchler (1995) stel dan die gesamentlike waarskynlikhede van die twee digotomiserings $x > c, x \le c$ teenoor Pop. 1, Pop. 2, as volg voor:

	Pop. 1	Pop. 2
$x > c$	(1-E).P(1)	E.P(2)
$x \le c$	E.P(1)	(1-E).P(2)

waar P(i) = P(x is van pop.1).

Die kansrelatief van hierdie 2 x 2 tabel is dus:

$$\omega = \left(\frac{1-E}{E}\right) \Big/ \left(\frac{E}{1-E}\right) = \left(\frac{1-E}{E}\right)^2, \tag{5.62}$$

sodat uit (5.61) volg dat

$$\omega = \frac{1 - \Phi\left(-\frac{1}{2}\delta\right)}{\Phi\left(-\frac{1}{2}\delta\right)}. \tag{5.63}$$

Gebruik ons Cohen (1988) se riglyn-waardes, dan uit (5.63):

Klein effek: $\delta = 0,2$: ω = 1,38 .

Medium effek: $\delta = 0,5$: $\omega = 2,25$.

Groot effek: $\delta = 0,8$: $\omega = 3,64$.

Hierdie waardes, van ω stem in ‘n mate ooreen met dié verkry uit δ_{KR} en dié voorgestel deur Burnand et.al. (1990).

Dieselfde waarskuwings as in paragraaf 4.5.4 is ook hier van toepassing sodat die voorgestelde riglynwaardes met omsigtigheid hanteer moet word.

In terme van ‘n BESD kan $\hat{\omega}$ as volg geïnterpreteer word: met die randtotale almal as 100, en deur (5.62) te gebruik, herlei die linker-boonste sel van die 2 x 2 – frekwensietabel na:

$$100\sqrt{\hat{\omega}}/(1+\sqrt{\hat{\omega}}). \tag{5.64}$$

Voorbeeld 5.17:

(a) In Voorbeeld 5.16 was $\hat{\omega} = 3,02$ en die 90% VI van ω was (1,333; 6,840). Die waardes van ω kan dus so wissel in die populasie dat dit as klein tot selfs ‘n groot effek beskou kan word. Die linker-boonste sel van ‘n BESD het frekwensie:

$$100\sqrt{3,02}/(1+\sqrt{3,02}) = 63,5$$

wat dus die 2 x 2 – tabel gee van:

Hou nie van slange nie

		Ja	Nee	Totaal
Walging van	Ja	63,5	36,5	100
Slange	Nee	36,5	63,5	100
Totaal		100	100	200

Die teen-nulwaarde van $\hat{\delta}_{KR}$ is $2\hat{\delta}_{KR}$ = $2 \cdot \dfrac{\ell n(3,02)}{1,81} = 1,22$. Dus die teen-nulwaarde van $\hat{\omega}$:

$$e^{1,81\times 1,22} = 9,12\,.$$

Dus is die kansverhouding van 9,12 netso waarskynlik as ‘n KR = 1.

(b) Vir Voorbeeld 5.10 indien twee ewekansige steekproewe uit die populasies van persone met hartsiekte en dié daarsonder, getrek is, word die 95% VI vir die KR bereken as:

$$\ell n\left(\frac{78\times 61}{42\times 59}\right)\pm 1,96\sqrt{\frac{1}{78}+\frac{1}{59}+\frac{1}{42}+\frac{1}{61}}$$

$$=\ell n\left(1,92\right)\pm 1,96\times 0,07 = 0,652 \pm 0,137 = \left(0,515;0,789\right)\ .$$

Dus vir ω is die 95% VI :

$$\omega_O = e^{0,515} = 1,674\ \ ;\ \ \omega_B = e^{0,789} = 2,201.$$

Hier het ω van die populasie dus weer van ‘n klein tot ‘n medium effek.

□

5.5 Effekgrootte van verband tussen twee nominale veranderlikes

‘n Sinvolle maatstaf van die mate waarin die sel-frekwensies in ‘n tweerigting frekwensietabel afwyk van die verwagte frekwensies, indien geen verband aanvaar word nie, is (Cohen, 1969, 1977, 1988):

$$w = \sqrt{\frac{X^2}{N}} \quad = \sqrt{\sum_{i-1}^{m}\frac{\left(f_i - v_i\right)^2}{Nv_i}} \tag{5.65}$$

waar f_i die i^e sel se frekwensie is;

v_i die verwagte frekwensie van sel i as geen verband aanvaar word nie;

$m = IJ$, met I die getal rye en J die getal kolomme in die frekwensietabel.

Verder is X^2 die chi-kwadraat-toetsstatistiek wanneer op grond van ‘n ewekansige steekproef getoets word vir ‘n statisties-betekenisvolle verband.

Die verwagte frekwensie van ‘n sel is:

(ry totaal x kolom totaal van ry en kolom waarin die sel val)/N, waar N = som van ry totale = som van kolom totale = totale frekwensie.

Voorbeeld 5.18:

In Voorbeeld B, Hoofstuk 3 is die tabel met frekwensies en verwagte frekwensies (in hakies), waar dosente weggelaat is:

		Mansstudente	Damesstudente	Totaal
Tipe	SJ	57(64,79)	79(71,21)	136
	SP	29(24,77)	23(27,23)	52
	NT	23(20,01)	19(21,99)	42
	NF	12(11,43)	12(12,57)	24
	Totaal	121	133	254

$$
\begin{aligned}
X^2 &= \frac{(57-64,79)^2}{64,79} + \frac{(79-71,21)^2}{71,21} + \frac{(29-24,77)^2}{24,77} \\
&\quad + \frac{(23-27,23)^2}{27,23} + \frac{(23-20,01)^2}{20,01} + \frac{(19-21,99)^2}{21,99} \\
&\quad + \frac{(12-11,43)^2}{11,43} + \frac{(12-12,57)^2}{12,57} \\
&= 4,074
\end{aligned}
$$

Dus $w = \sqrt{\dfrac{4,074}{254}} = 0,127$ □

Die maatstaf w kan dien as ‘n effekgrootte-indeks om verband tussen twee nominale veranderlikes (temperament-tipe en geslag in Voorbeeld 5.18) te meet. Dis duidelik dat hoe meer f_i van v_i verskil, hoe groter word $(f_i - v_i)^2/v_i$ en as daar by die meeste selle groot verskille is, behoort X^2 groot te wees. Omdat X^2 se grootte ook deur N beïnvloed word, is X^2/N ‘n meer sinvolle maatstaf. In die spesiale geval van 2 x 2-tabelle is

$$\varphi^2 = X^2 / N = w^2 \ , \tag{5.66}$$

wat ook ‘n rede is waarom $\sqrt{X^2 / N}$ gebruik word as effekgrootte-indeks om ‘n verband aan te dui.

Smithson (2000: 313) wys daarop dat behalwe dat N die grootte van X^2 beïnvloed, die getal selle ook ‘n rol speel in die sin dat hoe meer selle, hoe groter X^2 (die getal terme in die som word meer). Om daarvoor te kompenseer, kan *Cramer se* V (kyk ook Cohen, 1969, 1977, 1988) gebruik word:

$$V = \sqrt{\frac{X^2}{N\left(k-1\right)}} \ , \tag{5.67}$$

waar $k = min\left(I, J\right)$.

In Voorbeeld 5.18 is $k = 2$, want $I = 4$, $J = 2$, sodat V dieselfde waarde het as w.

Opmerking:
Vir kleiner tabelle is V en w amper dieselfde, en waar w soos ‘n korrelasie geïnterpreteer kan word omdat dit tussen 0 en 1 lê, kan nie dieselfde van V gesê word by groter tabelle nie. Vir $k > 2$ word die maksimumwaarde van V kleiner as 1, sodat die grootte van die tabel ‘n invloed het op die waarde van V.

5.5.1 Beraming van w

Wanneer ‘n ewekansige steekproef uit ‘n populasie getrek word, kan die effekgrootte-indels w beraam word met $\hat{w}$, deur van die steekproef se frekwensies gebruik te maak.

Vir kleiner steekproewe word w *oorberaam* en is die sydigheid van w^2 benaderd $\frac{(I-1)(J-1)}{n}$, waar n die steekproefgrootte is. (kyk Steyn, 2002).

Daarom kan w liewer beraam word met:

$$\tilde{w} = \sqrt{\hat{w}^2 - \frac{(I-1)(J-1)}{n}}\ , \tag{5.68}$$

wat benaderde onsydig is vir w.

Voorbeeld 5.19 (Smithson, 2000):

Deur die Crosspatch-program van Smithson te gebruik, is die volgende frekwensies in 'n ewekansige steekproef waarin die voorkeure van 10-40-jarige persone in 3 ouderdomsgroepe vir 4 soorte skoene gevra is, verkry:

Skoensoort

		1	2	3	4	Totaal
Ouderdom	10-19	86(44)	5(12,7)	38(54,6)	14(31,7)	143
	20-29	4(18,8)	14(5,4)	4(23,3)	39(13,5)	61
	30-39	14(41,2)	11(11,9)	87(51,2)	22(29,7)	134
	Totaal	104	30	129	75	338

$X^2 = 194,01 \ \ (p<0,0001)$

$\hat{w} = \sqrt{194,01/338} = 0,758$

$\hat{V} = w/\sqrt{2} = 0,536 \ \ (want\ k=3)$.

Daar bestaan 'n statisties-betekenisvolle verband $(p < 0,000)$. Die beraming van $\hat{w}$ van $0,758$ kan gebruik word om die effek van verband tussen skoen soort en ouderdom in die populasie te verkry en is prakties onsydig, want die sydigheid van $\hat{w}^2$ is benaderd (2 x 3)/338=0,018, sodat $\tilde{w} = \sqrt{0,758^2 - 0,018} = 0,746$.

5.5.2 Vertrouensinterval vir w

Volgens Johnson et.al. (1995: 467) het die chi-kwadraatstatistiek X^2 benaderd 'n nie-sentrale chi-kwadraatverdeling met $(I-1)(J-1)$ vryheidsgrade en nie-sentraliteitsparameter $nsp = nw^2$. Soos in die geval by δ in paragraaf 4.1.2, is dit nou moontlik om m.b.v. 'n rekenaarprogram eers vir nsp 'n $100(1-\alpha)\%VI$ vir nsp te bepaal en daaruit dan 'n benaderde VI vir w te verkry. Die SAS-program om dit te bereken is VI_w en kan van die handleiding se webblad afgelaai word.

Die 95% VI vir w in Voorbeeld 5.19 is: (0,640; 0,855) wat beteken dat die onbekende populasie w tussen 0,64 en 0,86 met 'n waarskynlikheid van $0,95$ kan varieer.

5.5.3 Riglynwaardes vir w

Cohen (1969, 1977, 1988) koppel riglynwaardes vir w aan 'n tabel waarin w en Cramer se V vir verskillende waardes van k gegee word. Tabel 5.6 gee 'n uittreksel daarvan en maak van die verbande in (5.66) en (5.67) gebruik.

Tabel 5.6

Waardes van w en ooreenstemmende V

w	k =2	3	4	5	6
0,1	0,1	0,071	0,058	0,05	0,045
0,3	0,3	0,212	0,173	0,150	0,134
0,5	0,5	0,354	0,289	0,250	0,224

Let op wanneer $k=min(I,J)=2$ is $w=V$. Wanneer $I=J=2$, geld ook dat $w=\varphi$.

Die riglynwaardes vir w sou dus op grond van dié vir φ gekies kan word:

- Klein effek: $w = 0,1$
- Medium effek: $w = 0,3$
- Groot effek: $w = 0,5$.

Cohen waarsku egter dat vir groter tabelle hierdie riglyne dalk nie realisties is nie. Omdat Cramer se V juis 'n aangepaste indeks is vir groter tabelle, sou Tabel 5.6 dan gebruik kan word. Bv. as $I = 6$ en $J = 10$, is $k = 6$ en kan V - waardes van $0,224$, $0,134$ en $0,045$ al as groot-, medium- en klein effekte beskou word.

In Voorbeeld 5.18 was $w = 0,127$ en omdat $k = 2$ in tabel 5.6, is dit 'n klein effek. Vir 'n groter tabel met dieselfde w-waarde sou dit as 'n medium effek beskou kon word as k bv. groter as 4 was. In Voorbeeld 5.19 gee selfs die ondergrens van die 95% VI ons die reg om dit as 'n groot effek (want by $k = 3$ is 'n groot effek $0,354$) te klassifiseer.